



Федеральное агентство по образованию
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ:
Декан факультета АВТ
С.А. Гайворонский

«___» _____

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ – I

Рабочая программа для интегрированных образовательных программ
«Автоматизация и управление» и
«Информатика и вычислительная техника»

Факультет **автоматики и вычислительной техники** (АВТФ) .
Обеспечивающая кафедра Высшая математика

Курс I
Семестр I
Учебный план набора 2005 года с изменениями _____ года

Распределение учебного времени

Лекции	<u>36</u> часов (ауд.)
Практические (семинарские) занятия	<u>36</u> часов (ауд.)
Всего аудиторных занятий	<u>72</u> часов
Самостоятельная (внеаудиторная) работа	<u>90</u> часов
Общая трудоемкость	<u>162</u> часа
Зачет в <u>I</u> семестре	
Экзамен в <u>I</u> семестре	

2005



Аннотация

Рабочая программа по дисциплине «Математический анализ I» предназначена для подготовки специалистов на факультете автоматике и вычислительной техники по направлениям 552800 – информатика и вычислительная техника, 654700 – информационные системы, 550200 – автоматизация и управление, 657900 – автоматизированные технологии и производства. Программа составлена на основе государственного образовательного стандарта направлений 550200, 552800, 654700 и 657900 и профессиональной образовательной программы ТПУ по этим направлениям. Структура, содержание и оформление программы соответствуют стандарту ТПУ.

В рабочей программе приведены:

1. Содержание теоретического раздела дисциплины (темы и порядок изучения теоретического материала).
2. Содержание практического раздела дисциплины.
3. Программа самостоятельной познавательной деятельности студентов (темы и порядок выполнения индивидуальных заданий, контрольных работ, самостоятельной работы).

Разработчик программы:

Подскребко Э. Н. – доцент каф. ВМ ЕНМФ ТПУ

Имас О. Н. – доцент каф. ВМ ЕНМФ ТПУ.

Бер Л. М. – доцент каф. ВМ ЕНМФ ТПУ.



Предисловие

1. Рабочая программа составлена на основе ГОС ВПО по направлениям
552800 – информатика и вычислительная техника
(код и наименование)
654700 – информационные системы
(код и наименование)
550200 – автоматизация и управление
(код и наименование)
657900 – автоматизированные технологии и производства
(код и наименование)
утвержденного Госкомвузом РФ в 2000 г.
а также образовательного стандарта ТПУ,
утвержденного УМУ ТПУ в 2001 году
(обозначение или наименование другого документа университетского
уровня по направлению, специальности, специализации)

РАССМОТРЕНА и ОДОБРЕНА на заседании обеспечивающей
кафедры высшей математики протокол № _____
(наименование кафедры) (дата)

2 Разработчики

<u>доцент</u> (должность)	<u>ВМ</u> (кафедра)	_____	<u>Подскребко Э.Н.</u> (И.О.Фамилия)
<u>доцент</u> (должность)	<u>ВМ</u> (кафедра)	_____	<u>Имас О.Н.</u> (И.О.Фамилия)
<u>доцент</u> (должность)	<u>ВМ</u> (кафедра)	_____	<u>Бер Л.М.</u> (И.О.Фамилия)

3 Зав. обеспечивающей кафедрой ВМ _____ К.П. Арефьев
(подпись) (И.О.Фамилия)

4 Рабочая программа СОГЛАСОВАНА с факультетом, выпускающими
кафедрами специальности; СООТВЕТСТВУЕТ действующему учеб-
ному плану.

Зав. выпускающей кафедрой

каф. ИКСУ	_____	А.М. Малышенко
каф. АиКС	_____	Г.П. Цапко
каф. ВТ	_____	Н.Г. Марков
каф. ИПС	_____	В.К. Погребной
каф. ОСУ	_____	В.А.Силич



1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цели дисциплины

Целью преподавания дисциплины «Математический анализ I» является:

- развитие математической интуиции, воспитание математической культуры.
- овладение логическими основами курса, необходимых для решения теоретических и практических задач;
- формирование навыков самостоятельной работы, необходимых для использования знаний при изучении специальных дисциплин и дальнейшей практической деятельности.

1.2. Целевые установки дисциплины

Изучающий курс «Математический анализ I» должен

- иметь представление:
 - ◆ о месте и роли математики в современном мире;
 - ◆ о математическом мышлении, принципах математических рассуждений и математических доказательств;
 - ◆ о приложениях изучаемого материала в других разделах математики;
 - ◆ о численных методах математики;
- знать и понимать
 - ◆ взаимосвязь разделов курса.

1.3. Задачи изложения и изучения дисциплины

Изучающий курс «Математический анализ I» должен

- знать и уметь использовать:
 - ◆ основные понятия математического анализа (предел, непрерывность, производная, интеграл и т.п.);
 - ◆ уметь применять методы математического анализа к отысканию физических и геометрических характеристик процессов;
 - ◆ уметь устанавливать границы применимости методов; уметь проверять решения;
- иметь опыт:
 - ◆ употребления математической символики для выражения количественных и качественных отношений объектов;
 - ◆ исследования, аналитического и численного решения задач математического анализа.



ОБЩИЙ ОБЪЕМ ЗАНЯТИЙ ПО СЕМЕСТРАМ

Таблица 1

Семестр	Лекции	Практич. занятия	Самост. работа	Всего часов	Форма отчетности
I	36	36	72	162	Зачет Экзамен

Весь курс разбит на разделы, названия и порядковые номера которых указаны в таблице 2.

ОСНОВНЫЕ РАЗДЕЛЫ КУРСА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА I

Таблица 2

№	Название раздела	Число часов			
		лекций	практ. занятия	самост. работа	всего
1	Введение в математический анализ	10	12	30	52
2	Дифференциальное исчисление функции одной переменной и его применения	12	12	30	54
3	Интегральное исчисление функции одной переменной	14	12	30	56
	Итого за семестр	36	36	90	162



2. СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел 1

Введение в математический анализ (10 ч.)

Элементы теории множеств. Числовые множества. Существование точных граней у ограниченного числового множества.

Числовые последовательности. Бесконечно малые, бесконечно большие и сходящиеся числовые последовательности, их свойства. Критерии сходимости монотонной и произвольной последовательностей.

Функция и ее предел. Свойства пределов. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых функций.

Непрерывность функции. Точки разрыва и их классификация. Свойства функций непрерывных на отрезке.

Раздел 2

Дифференциальное исчисление функций одной переменной (12 ч.)

Понятие производной, ее физический и геометрический смысл. Касательная и нормаль к кривой.

Понятие дифференцируемой функции. Дифференциал. Свойства дифференцируемых функций.

Теоремы о среднем для дифференцируемых функций.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и Лагранжа. Основные разложения.

Применение дифференциального исчисления к исследованию функций.

Раздел 3

Интегрирование функции одной переменной (14 ч.)

Первообразная функция. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица интегралов. Методы интегрирования подстановкой и по частям.

Разложение многочлена с действительными коэффициентами на линейные и квадратичные множители. Разложение неправильной дроби на многочлен и правильную дробь. Разложение правильной дроби на простейшие. Интегрирование рациональных функций.

Интегрирование иррациональностей и выражений, содержащих тригонометрические функции.

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл и его свойства. Основные методы вычисления определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница.

Геометрические приложения определенного интеграла. Вычисление площадей, длины дуги, объема тела вращения в различных системах координат. Приложения определенного интеграла в механике.

Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Признаки сходимости. Абсолютная сходимость. Понятие главного значения несобственного интеграла.



3. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ

Раздел 1

Введение в математический анализ (12 ч.)

1. Элементы теории множеств. Предел числовой последовательности.
2. Предел функции. Раскрытие неопределенностей.
3. Замечательные пределы. Неопределенности вида $0/0$, 1^∞ , $0 \cdot \infty$.
4. Сравнение бесконечно малых.
5. Непрерывность функции. Точки разрыва.
6. Контрольная работа по теме «Предел и непрерывность функции».

Раздел 2

Дифференциальное исчисление функций одной переменной (12 ч.)

1. Производная, ее физический и геометрический смысл. Таблица производных. Правила дифференцирования. Дифференцирование сложных функций.
2. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций. Логарифмическое дифференцирование.
3. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков.
4. Правило Лопиталя. Формула Тейлора.
5. Полное исследование функции.
6. Контрольная работа по теме «Производная»

Раздел 3

Неопределенный интеграл(12 ч.)

1. Непосредственное интегрирование. Подведение функций под знак дифференциала.
2. Замена переменной. Интегрирование по частям.
3. Интегрирование рациональных функций.
4. Интегрирование тригонометрических и гиперболических функций.
5. Интегрирование иррациональностей.
6. Контрольная работа (неопределенный интеграл).



4. ПРОГРАММА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ

Самостоятельная работа студентов предполагает:

1. проработку лекционного материала.
2. проработку теоретического материала по учебнику и составление конспекта.
3. выполнение текущих практических заданий по сборникам задач.
4. выполнение индивидуальных заданий (типовых расчетов).

Индивидуальные задания для студентов могут быть предложены либо из фонда индивидуальных заданий, составленных преподавателями кафедры ВМ, либо индивидуальные задания по учебнику.

В первом семестре студенты выполняют два индивидуальных задания по темам:

- предел и непрерывность функции (Дячук Р. П., Пестова Н.Ф., Подскребко Э.Н. Предел и непрерывность функции. Методические указания и контрольные задания по высшей математике. – Томск, ТПИ, 1989);
- Неопределенный интеграл (Беломестных Л. А., Пестова Н.Ф. и др. Неопределенный интеграл. Методические указания и контрольные задания по высшей математике. – Томск, ТПИ, 1985),

и самостоятельно или с использованием рекомендованной литературы доказывают ряд теорем, указанных преподавателем.



5. ТЕКУЩИЙ И ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ

Текущий и итоговый контроль представлен в следующих формах:

1. Входной контроль.

Для всех студентов I курса на первом практическом занятии проводится контрольная работа по школьному курсу математики (задания разрабатываются членами приемной комиссии).

2. В первом семестре студенты выполняют:

а) три аудиторных контрольные работы по темам:

- предел и непрерывность функций;
- дифференцирование функции одной переменной;
- интегрирование функции одной переменной

б) три домашних контрольных работы по темам «введение в анализ», «применение дифференциального исчисления к исследованию функции и построению графиков» и «неопределенный интеграл».

3. В конце первого семестра студенты сдают зачет и экзамен по курсу «математический анализ – I».



6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

1. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. Т.1; Т. 2. – М.: Наука, 1985.
2. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. М.: Наука, 1989.
3. Фихтенгольц С.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1; Т. 2. – М.: Наука, 1969.
4. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа. – М.: Наука, 1971.
5. Щипачев В.С. Основы высшей математики. М.: Высш. школа, 1983.
6. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике (типовые расчеты). – М.: Высш. школа, 1994.

Дополнительная литература.

1. Арефьев К.П., Нагорнова А.И., Столярова Г.П., Харлова А.Н. Высшая математика (часть I). Учебное пособие - Томск: изд-во ТПУ, 1999.
2. Кошельская Г.А., Нагорнова А.И., Некряч Е.Н. Высшая математика (часть II). Дифференцирование. Учебное пособие - Томск: изд-во ТПУ, 1998.
3. Арефьев К.П., Нагорнова А.И., Столярова Г.П. Высшая математика (часть III). Интегрирование. Учебное пособие - Томск: изд-во ТПУ, 1999.
4. Кошельская Г.А., Столярова Г.П., Харлова А.Н. Высшая математика (часть IV). Ряды. Учебное пособие - Томск: изд-во ТПУ, 2001.
5. Н.Ф. Пестова. Электронное учебное пособие «Введение в математический анализ», Томск, ТПУ, 1999.
6. Р. П. Дячук. Предел и непрерывность. Методические указания и контрольные задания по высшей математике. - Томск: изд-во ТПУ, 1980.



Приложение 1

ЗАДАНИЯ РУБЕЖНОГО КОНТРОЛЯ

Контрольная работа по теме «Предел и непрерывность функций»

ВАРИАНТ 1

Найти предел функций:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5-x^2} - 1}{\sqrt[3]{x^3 - 9} + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^2 - 3x - 3}{x^2 - x - 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x - 1}{\sqrt{x^2 + 1} - 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{\cos x - 0,5}{\sin(x - \pi/3)}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{1 - \cos 2x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-3}{x+1} \right)^{\frac{x^2-1}{x}}$$

7. Определить порядок бесконечно малой $\alpha(x) = \ln \cos x$ относительно x при $x \rightarrow 0$.

Исследовать непрерывность функций, построить их графики:

$$8. y = 1 + 2^{\frac{-1}{x+3}}$$

9. Бесконечно большая последовательность. Дать определение. Доказать: Последовательность, обратная к бесконечно большой последовательности есть последовательность бесконечно малая.

10. Доказать, что последовательность $x_n = n^2$ расходится. Найти $N(C)$, при $C=10000$.

ВАРИАНТ 2

Найти предел функций:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^3 + 2x - 1}{x^3 - 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 2} + x}{\sqrt{x} - 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^2 + 1} - 3x}{3x - 4}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\cos x - \sin x}{1 - \operatorname{tg} x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \operatorname{tg} 3x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1+3x}{4+3x} \right)^{\frac{x^2-1}{x}}$$

7. Определить порядок бесконечно малой $\alpha(x) = \ln\left(1 + \sqrt[3]{x^2}\right)$ относительно x при $x \rightarrow 0$.



Исследовать непрерывность функций, построить их графики:

$$8. y = \frac{1}{x(x-1)}$$

9. Бесконечно малые последовательности. Дать определение. Доказать теорему об алгебраической сумме конечного числа бесконечно малых последовательностей.

10. Доказать, что $x_n = 2^{-n}$ - бесконечно малая последовательность. Указать $N(\varepsilon)$ при $\varepsilon = \frac{1}{1024}$.

*Контрольная работа по теме
«Дифференцирование функций одной переменной»*

ВАРИАНТ 1

1. Исследовать на непрерывность и дифференцируемость в точке $x_0 = 0$ функцию

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg}\left(x \cos \frac{1}{5x}\right), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

2. Построить отрезки, отвечающие приращению и дифференциалу функции $y = 2^{-x}$ в точке $x_0 = 0$ при $dx = 1$.

Найти производные функций

$$3. y = \ln(e^x + \sqrt{e^{2x} - 1}) + \arcsin e^{-x}$$

$$4. y = \frac{\sin^2 19x}{19 \cos 38x}$$

$$6. y = e^{2x} (2 - \sin 2x - \cos 2x)$$

$$5. y = \sqrt[4]{\sqrt{x} + \sqrt{x+1}}$$

$$7. y = x^{3^x} \cdot 2^x$$

Найти производные указанного порядка

$$8. y = \sin(3x + 1) \quad y^{(n)} - ?$$

$$9. e^{x+y} = xy \quad y'' - ?$$

$$10. \begin{cases} y = \sin t \\ x = 5 - \cos t \end{cases} \quad \frac{d^2 y}{dx^2} - ?$$

11. Записать уравнение касательной и нормали к графику функции $y = x - x^3$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$.

12. Найти приближенно $y = \sqrt{x^2 + 5}$ при $x = 1,97$.



13. Построить диаграмму взаимного расположения множеств дифференцируемых в точке x_0 функций и непрерывных в этой точке функций.

ВАРИАНТ 2

1. Исследовать на непрерывность и дифференцируемость в точке $x_0 = 0$ функцию

$$f(x) = \begin{cases} \arcsin\left(x^2 \cos \frac{1}{9x}\right) + \frac{2}{3}x, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$$

2. Построить отрезки, отвечающие приращению и дифференциалу функции $y = \sqrt{1+x}$ в точке $x_0 = 0$ при $dx = 1$.

Найти производные функций

3. $y = 2^{\cos x + \operatorname{tg}(x^{-2})}$

4. $y = e^{-x^2} \cos 3x + \ln(\sin 3x)$

6. $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{2} \ln \frac{1-x}{1+x}$

5. $y = 0,5 \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$

7. $y = (x^2 + 1)^{\cos \sqrt{x}}$

Найти производные указанного порядка

8. $y = 2^{3x+5}$ $y^{(n)} - ?$

9. $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ $y'' - ?$

10. $\begin{cases} y = 1+t \\ x = \ln(1+t) \end{cases}$ $\frac{d^2 y}{dx^2} - ?$

11. Записать уравнение касательной и нормали к графику функции

$y = \frac{1+\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}$ в точке с абсциссой $x_0 = 4$.

12. Найти приближенно $y = \sqrt[3]{x}$ при $x = 0,98$.

13. Построить диаграмму взаимного расположения множеств функций:

A – дифференцируемые в точке x_0 функции;

B – имеющие касательную в точке x_0 функции.



Контрольная работа по теме «Неопределенный интеграл»

ВАРИАНТ 1

Найти интегралы

1. $\int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

2. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4-x^2}}$

3. $\int \frac{dx}{\sqrt{e^x+2}}$

4. $\int \frac{1-\cos x}{1+\cos x} dx$

5. $\int \frac{(\arcsin x)^2 - 1}{\sqrt{1-x^2}} dx$

6. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^4-2x^2+1}}$

7. $\int x^3 \sin x^2 dx$

8. $\int x^2 \sin x dx$

9. $\int x \sin x^2 dx$

10. $\int x \arcsin x dx$

ВАРИАНТ 2

Найти интегралы

1. $\int \sin^3 x \cos^2 x dx$

2. $\int \frac{e^{3x} dx}{e^x+2}$

3. $\int e^{\sqrt{x}} dx$

4. $\int \frac{dx}{x \ln x}$

5. $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$

6. $\int \frac{\sin 2x dx}{\cos^4 x}$

7. $\int \sqrt{1-2x-x^2} dx$

8. $\int \frac{x \cos x - \sin x}{x^2} dx$

9. $\int x \ln(1+x) dx$

10. $\int \frac{\arctg 3x + x}{1+9x^2} dx$



Приложение 2

ПРИМЕРЫ ЗАДАНИЙ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ (ИДЗ)

Задания по теме «Предел и непрерывность функций»

ВАРИАНТ 1

1. Доказать, что $\lim_{x \rightarrow 1} (3x + 1) = 4$.

Найти пределы функций

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 - 4n}}{\sqrt[3]{2n^3 + 1}}$

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+x^2}}{2x}$

4. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^3 - 2x^2 - 9x + 4}$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2 + 2x}{3x^2 + 1}$

6. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 - 3} - 1}{x - 2}$

7. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (\sqrt{x^2 + 1} - x)$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \operatorname{arctg} x}{x}$

10. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\cos x - \sin x}{2 \cos 2x}$

11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^{\frac{x^2+1}{x}}$

12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 2) - \ln 2}{x^2}$

Определить порядок бесконечно малой $\alpha(x)$ при $x \rightarrow 0$ относительно x

13. $\alpha(x) = \ln(1 + \sqrt{x^2 \operatorname{tg} x})$

14. $\alpha(x) = \sqrt{2x+1} - 1$

Исследовать функцию на непрерывность, провести классификацию точек разрыва. Построить график

15. $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < 1 \\ x+2, & x \geq 1 \end{cases}$

16. $y = \frac{1}{2^{1-x}} \cdot \frac{1}{1 + 2^{1-x}}$

17. $f(x) = \frac{1}{\ln(1 + |x|)}$

ВАРИАНТ 2

1. Доказать, что $\lim_{x \rightarrow 0} (2x + 3) = 3$.

Найти пределы функций

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! \cdot (n+3)}{(n+2)! - n!}$

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{1 - \cos 8x}$



$$3. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 + 1}{\sqrt[3]{x \sin \frac{\pi x}{4}}}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x \cdot \arctg x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^3 - 27}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)}{0,5 - \cos x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3 + 3x^2 - 1}{2x^4 + 25}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x + 4}{3x - 1} \right)^{2x-1}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2 - 12} - 2}{\sqrt{x^2 - 7} - 3}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{2x}}{x}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3} - 2x)$$

Определить порядок бесконечно малой $\alpha(x)$ при $x \rightarrow 0$ относительно x

$$13. \alpha(x) = e^{\sqrt{x^3}} - 1$$

$$14. \alpha(x) = 1 + x \sin x - \cos 2x$$

Исследовать функцию на непрерывность, провести классификацию точек разрыва. Построить график

$$15. f(x) = \begin{cases} x^2, & x < 0 \\ 1 - x, & 0 \leq x < 1 \\ \ln x, & x \geq 1 \end{cases} \quad 16. y = \frac{1 + 4^{\frac{1}{2x-1}}}{1 - 4^{\frac{1}{2x-1}}} \quad 17. f(x) = \frac{1 - x}{1 - |x|}$$

Задания по теме «Применение дифференциального исчисления к исследованию функции и построению графиков»

ВАРИАНТ 1

Найти экстремумы функций

$$1. y = x^4 - 4x^3 + 6x^2 - 4x; \quad 2. y = (x - 5)e^x; \quad 3. y = \frac{x^3}{(x - 2)(x + 3)}.$$

Найти наибольшее и наименьшее значения функций на указанных отрезках

$$4. y = x^5 - \frac{5}{3}x^3 + 2, \quad [-2; 0];$$

$$5. y = 0,5x - \sin x, \quad [0; \pi/2];$$

$$6. y = \frac{1 + x^2}{1 + x^4}, \quad [0; 4].$$

Найти пределы, используя правило Лопиталю



$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(x - x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right) \quad 8. \lim_{x \rightarrow 2a} \left(3 - \frac{x}{a} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4a}} \quad 9. \lim_{x \rightarrow \infty} (\pi - 2 \operatorname{arctg} x) \ln x$$

Исследовать функции, построить графики

$$10. y = \frac{4x}{1+x^2} \quad 11. y = x \ln|x|$$

ВАРИАНТ 2

Найти экстремумы функций

$$1. y = 2x^3 - 3x^2 + 1; \quad 2. y = \frac{4x}{x^2 + 4}; \quad 3. y = x\sqrt{1-x^2}.$$

Найти наибольшее и наименьшее значения функций на указанных отрезках

$$4. y = 3x^4 - 16x^3 + 2, \quad [0; 4]; \quad 5. y = 0,5x + \cos x, \quad \left[-2\pi; -\frac{3}{2}\pi\right];$$

$$6. y = \frac{x-3}{x^2+16}, \quad [3; 10].$$

Найти пределы, используя правило Лопиталья

$$7. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln e^x}{1 - xe^{-x}}; \quad 8. \lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\frac{1}{\ln x}}; \quad 9. \lim_{x \rightarrow \pi/2} (\operatorname{tg} x - \sec x).$$

Исследовать функции, построить графики

$$10. y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2} \quad 11. y = x^{2/3} \cdot e^{-\frac{x^3}{3}}$$

Задания по теме «Неопределенный интеграл»

ВАРИАНТ 1

$$1. \int (3x+2)^2 dx; \quad 2. \int \frac{x^2 dx}{8x^3+1}; \quad 3. \int (x-1)e^{x^2-2x} dx;$$

$$4. \int \sin x \cos(\cos x) dx; \quad 5. \int \frac{\cos 2x dx}{\sqrt{1+\sin 2x}}; \quad 6. \int (\operatorname{tg} 2x - 1)^2 dx;$$

$$7. \int \frac{dx}{\sqrt{1+9x^2}}; \quad 8. \int \frac{dx}{\sin^2(1-x)}; \quad 9. \int \frac{e^{3x} dx}{4+e^{6x}};$$

$$10. \int \frac{dx}{x\sqrt{9-\ln^2 x}}; \quad 11. \int \cos x \ln(\sin x) dx; \quad 12. \int x \operatorname{arctg} 3x dx;$$



- | | | |
|--|--|--|
| 13. $\int e^{\cos x} \sin 2x dx;$ | 14. $\int e^{2x} \sin 3x dx;$ | 15. $\int \frac{(x+3)dx}{x^2+2x+5};$ |
| 16. $\int \frac{(x-2)dx}{\sqrt{4x^2-4x+5}};$ | 17. $\int \frac{e^x \sqrt{e^x+1}}{e^x+2} dx;$ | 18. $\int \frac{x^3-1}{x^3+2x} dx;$ |
| 19. $\int \frac{11x+16}{(x-1)(x+2)^3} dx;$ | 20. $\int \frac{dx}{x^3+27};$ | 21. $\int \cos^5 x dx;$ |
| 22. $\int \frac{dx}{2 \sin x + \cos x + 2};$ | 23. $\int \cos 3x \cos 5x dx;$ | 24. $\int \frac{dx}{1 + \sin^2 x};$ |
| 25. $\int \operatorname{ctg}^3(3x+2) dx;$ | 26. $\int \frac{dx}{\sin^4 2x};$ | 27. $\int \frac{\sqrt{x+1}-1}{\sqrt{x+1}+1} dx;$ |
| 28. $\int \frac{\sqrt{(16-x^2)^3}}{x^6} dx;$ | 29. $\int x^3 \sqrt{9+x^2} dx;$ | 30. $\int x^{3/5} \sqrt{1+x^{4/5}} dx;$ |
| 31. $\int \operatorname{tg}^4 x dx;$ | 32. $\int \frac{\sin^3 x dx}{4 \cos^2 x - 1};$ | 33. $\int \frac{e^{2x} dx}{(e^{2x}-1)(e^{2x}+4)};$ |
| 34. $\int (1+x^6)^{-7/6} dx;$ | 35. $\int \frac{x^3 dx}{1+x^8};$ | 36. $\int \frac{x^7 dx}{x^4+1};$ |
| 37. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{x+2};$ | 38. $\int \frac{dx}{x \sqrt{x^2-1}};$ | 39. $\int \ln(x^2-1) dx;$ |
| 40. $\int \frac{\cos(\ln x)}{x} dx.$ | | |

ВАРИАНТ 2

- | | | |
|---------------------------------------|-----------------------------------|--|
| 1. $\int \frac{dx}{\cos^2 7x}$ | 2. $\int \operatorname{tg} 3x dx$ | 3. $\int \frac{\operatorname{tg} 2x dx}{\cos^2 x}$ |
| 4. $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^3+4}}$ | 5. $\int e^{\cos 2x} \sin 2x dx$ | 6. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1-e^{2x}}}$ |
| 7. $\int \frac{dx}{\sqrt{6x^2+9}}$ | 8. $\int \frac{dx}{9x^2+4}$ | 9. $\int \frac{\sqrt{1+\ln x} dx}{x}$ |
| 10. $\int \cos(\ln x) \frac{dx}{x}$ | 11. $\int x e^{\frac{x}{3}} dx$ | 12. $\int x^2 \cos x dx$ |
| 13. $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$ | 14. $\int e^x \sin 5x dx$ | 15. $\int \frac{(3-x) dx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$ |



$$16. \int \frac{5dx}{x^2 - x - 2}$$

$$19. \int \frac{4 + 9x^3 - x^5}{x^2 + 3x} dx$$

$$22. \int \frac{dx}{1 + \sin x + \cos x}$$

$$25. \int \frac{dx}{4 + \operatorname{tg} x}$$

$$28. \int \frac{\sqrt{(9 - x^2)^3}}{x^6} dx$$

$$31. \int \frac{(3x + 2)dx}{\sqrt{x^2 + 6x + 10}}$$

$$34. \int x^3 e^{-x^2} dx$$

$$37. \int x^{\frac{2}{3}} (1 + x^{\frac{1}{3}})^{-1} dx$$

$$40. \int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx.$$

$$17. \int \frac{e^{2x} + e^x}{e^{2x} + 9} dx$$

$$20. \int \frac{x^2 + x + 3}{(x^2 + x + 1)(x^2 + 1)} dx$$

$$23. \int \cos x \sin 5x dx$$

$$26. \int \frac{\sqrt{x+1} + 1}{\sqrt{x+1} - 1}$$

$$29. \int \frac{dx}{\sqrt{4 + 2x - x^2}}$$

$$32. \int x e^{-x^2} dx$$

$$35. \int \frac{x^2}{(x+1)^4} dx$$

$$38. \int \frac{x dx}{\sqrt{1 - x^2}}$$

$$18. \int \frac{2x + 4}{x^3 + x^2} dx$$

$$21. \int \sqrt[3]{\sin^2 x} \cos^3 x dx$$

$$24. \int \sin^4 \frac{x}{2} dx$$

$$27. \int \frac{\sqrt[3]{1 - \sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

$$30. \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1 - x}} dx$$

$$33. \int x^2 e^{-x^2} dx$$

$$36. \int \sin^3 x \cos^4 x dx$$

$$39. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - x^2}}$$

ВАРИАНТ 3

$$1. \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{4 - x^6}}$$

$$4. \int \frac{dx}{\arcsin 2x \sqrt{1 - 4x^2}}$$

$$7. \int \operatorname{ctg}^2 3x dx$$

$$10. \int \frac{\ln x + 1}{x \ln^2 x} dx$$

$$13. \int x^3 e^{x^2} dx$$

$$16. \int \frac{(x + 4)dx}{\sqrt{x^2 + 4x + 8}}$$

$$19. \int \frac{x^4}{x^3 - 1} dx$$

$$2. \int e^{2\sin^2 x} 2 \sin 2x dx$$

$$5. \int \frac{e^x dx}{e^{2x} + 4}$$

$$8. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1 - x^8}}$$

$$11. \int x^2 \cos x dx$$

$$14. \int e^{-x} \sin x dx$$

$$17. \int \frac{e^x - 1}{e^x + 1} dx$$

$$20. \int \frac{x^3 + 6}{(x^2 - 2)(x^2 - 4)} dx$$

$$3. \int \frac{3 \operatorname{arctg} 3x dx}{1 + 9x^2}$$

$$6. \int \sin(4x + 1) dx$$

$$9. \int \frac{x + 1}{x^2 + 1} dx$$

$$12. \int \cos(\ln x) dx$$

$$15. \int \frac{(x - 1)dx}{x^2 - x + 1}$$

$$18. \int \frac{x - 4}{x(x + 2)^2} dx$$

$$21. \int \frac{dx}{1 + \sin x + \cos x}$$



$$22. \int \frac{\sin^3 x}{\cos x + 1} dx$$

$$25. \int tg^7 x dx$$

$$28. \int \frac{\sqrt{(9-x^2)^3}}{x^6} dx$$

$$31. \int \frac{dx}{1-e^x}$$

$$34. \int x^2 \sqrt{4-x^2} dx$$

$$37. \int ch^2 x sh^2 x dx$$

$$40. \int x^2 tg^2(x^3 + 3) dx$$

$$23. \int \sin 5x \cos 8x dx$$

$$26. \int \sin^4 x dx$$

$$29. \int x^{-\frac{3}{2}} (1+x^{\frac{1}{4}})^{\frac{1}{3}} dx$$

$$32. \int \cos x \sin^3 x dx$$

$$35. \int 2x \ln^2 x dx$$

$$38. \int \frac{dx}{e^{3x} - e^{2x}}$$

$$24. \int \frac{dx}{16 \sin^2 x + 9 \cos^2 x}$$

$$27. \int \frac{\sqrt[3]{1-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$$

$$30. \int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{1-x}} dx$$

$$33. \int \cos^2 x \sin^4 x dx$$

$$36. \int \frac{dx}{x \sqrt{1 + \ln^2 x}}$$

$$39. \int \frac{\sin 2x dx}{\sqrt{\cos^4 x - 1}}$$



Приложение 3

ЗАДАНИЯ ИТОГОВОГО КОНТРОЛЯ

Экзаменационный билет

По дисциплине «математический анализ I»
Факультет АВТ
Курс I

Тема: Предел и непрерывность функций.

1. Ограниченные и неограниченные последовательности. Докажите по определению, что последовательность $x_n = 10^n$ - неограниченная.
2. Сформулируйте и докажите теорему о пределе композиции функций.
3. Найдите $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\operatorname{tg} x - \frac{1}{1 - \sin x} \right)$

Тема: Дифференцирование функций.

4. Понятие производной функции в точке. Пользуясь определением производной, найти производную функции $y = (2x + 3)^3$ в точке $x_0 = 0$.
5. Сформулируйте и докажите критерий дифференцируемости функции в точке.
6. Составить уравнение касательной и нормали к кривой $\begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(t - \cos t) \end{cases}$ в точке $t = \frac{\pi}{2}$.

Тема: Приложение дифференциального исчисления.

7. Определение локального максимума (минимума). Основываясь на графическом представлении функции $y = \sin\left(\frac{x + \pi}{2}\right)$ указать точки максимумов и минимумов.
8. Сформулируйте теорему о представлении функции по формуле Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и Лагранжа.
9. Проведите необходимые исследования для построения графика функции $y = xe^x + 1$, постройте график.

Тема: Неопределенный интеграл.

10. Вычислить $\int \frac{dx}{\cos^2 x \cdot \sqrt[3]{1 + \operatorname{tg} x}}$

Составил: доценты каф. ВМ Подскребко Э.Н., Барышева В.К., Бер Л.М., Имас О.Н.
Зав.кафедрой _____ Арефьев К.П.